Regular 2017 - 2018

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA528-B/CB-BS532-B]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS - V (B) - LINEAR ALGEBRA

(COMMON FOR B.A. B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-2016)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours | Maximum : 75 Marks

SECTION - A

Answer any **Five** questions. Each question carries **FIVE** marks. **(5×5=25)**

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **ఐదు** మార్కులు.

1. If $V = R^3 = \left\{ (x, y, z) / x, y, z \in R \right\}$ and W be the set of triads (x, y, z,). Such that $x - 3y + 4z = 0$. Show that W is a subspace of V(R).

$$V = R^3 = \left\{ (x, y, z) / x, y, z \in R \right\}$$

మరియు $x - 3y + 4z = 0$ అగునట్లు (x, y, z,) త్రికముల సమితి W అయితే V(R) నకు W ఉపాంతరాళమని చూపండి.

[Turn over

10,000

Scanned with CamScanner

2. Show that the system of vectors (1,2,0), (0,3,1), (−1,0,1) of $V_3(Q)$ is linearly independent. Where Q is the field of rational numbers.

V_3 యొక్క (1,2,0), (0,3,1), (−1,0,1) సదిశలు అకరణీయ సంఖ్యలు క్షేత్రం Q పై ఋజు స్వాతంత్ర్యమని చూపండి.

3. Show that every set of $(n + 1)$ or more vectors in an n-dimensional vector space is linearly dependent.

n- పరిమాణపు సదిశాంతరాళంలోని $(n + 1)$ సంఖ్యకు తక్కువ కాని ఏ మూలకాలైన ఋజు పరాధీనాలు అని చూపండి.

4. Find the linear transformation $T : R^2 \rightarrow R^2$ defined by T (2, 3) = (4, 5) and T (1, 0) = (0, 0).

$T : R^2 \rightarrow R^2$ ప్రమేయం T (2, 3) = (4, 5) మరియు T (1, 0) = (0, 0).గా నిర్వచిస్తే T ఋజుపరివర్తనాన్ని కనుక్కోండి.

5. If U(f) and V(f) be two finite dimensional vector spaces. The linear transformation $T : U \rightarrow V$ is an isomorphic iff T is non-singular.

U(f) మరియు V(f) లు రెండు పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళాలు $T : U \rightarrow V$ పరివర్తన ఏకరూపత కావడానికి T సాధారణ పరివర్తన నియమం ఆవశ్యకము, పర్యాప్తము అగునని చూపండి.

Scanned with CamScanner

6. Find the characteristic equations of the matrix

$$A=\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}.$$ అను మాత్రికకు లాక్షణిక సమీకరణం కనుక్కోండి.

7. Show that the matrix $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ is a diagonalizable matrix and find the diagonal matrix.

$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ వికర్ణీయ మాత్రిక అని చూపండి. మరియు వికర్ణమాత్రిక కనుక్కోండి.

8. State and prove triangle inequality in an inner product space V (f).

V (F) అంతర లబ్ధాంతరాళంలో త్రిభుజ అసమానత నిర్వచించి నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

SECTION - B

Answer all **Five** questions. Each question carries **Ten** marks. **(5×10=50)**

ఈ క్రింది **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము, ప్రతి ప్రశ్నకు **పది** మార్కులు.

9. a) Prove that the subset W of V(f) to be a subspace of V(f) $\Leftrightarrow a\alpha + b\beta \in W \quad \forall a,b \in F$ and $\alpha, \beta \in W$.

V(f) ఒక సదిశాంతరాళము, శూన్యేతర సమితి $w \subseteq v, v$ లో w ఒక ఉపాంతరాళము కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం $a,b \in F, \alpha, \beta \in w \Leftrightarrow a\alpha + b\beta \in w$.

(OR/లేదా)

b) State and prove invariance theorem.

నిశ్చిరత సిద్ధాంతంను నిర్వచించి, నిరూపించండి.

10. a) Let W be a subspace of a finite dimensional vector space V (f) then prove that dim (V/W) = dim V-dimW.

V (F) అనే పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళంనకు W ఒక ఉపాంతరాళం అపుడు dim(V/W) = dimV-dimW. అని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Let W_1 and W_2 be two subspaces of a finite dimensional vector space V(f). Then prove that $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$.

(W_1, W_2) లు ఒక పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళం V(F) కి ఉప అంతరాళాలు అనుకుందాం. అపుడు $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$.అని నిరూపించండి.

11. a) Find the Null space, range, rank and nullity of the transformation $T : R^2 \rightarrow R^3$ defined by $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$.

$T(x, y) = (x + y, x - y, y)$. గా నిర్వచించబడిన $T : R^2 \rightarrow R^3$ యొక్క శూన్య అంతరాళం వ్యాప్తి కోటి మరియు శూన్యత్వములను కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) Let U (f) and V (f) be two vector spaces. Let $T : U(F) \rightarrow V(F)$ be a linear transformation. Then show that the range set R (T) is a subspace of V (f).

U (F) మరియు V (F) లు రెండు సదిశాంతరాళాలు అనుకుందాం. $T : U(F) \rightarrow V(F)$ ని ఒక ఏకఘాత రూపాంతరణం అయిన, అపుడు వ్యాప్తి సమితి R (T), సదిశాంతరాళం V (F) యొక్క ఒక ఉపాంతరాళం అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

12. a) State Cayley-Hamilton theorem, verify this theorem for $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$. Hence find A^{-1}.

కెయిలీ - హామిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించండి ఈ సిద్ధాంతాన్ని $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ కి సరిచూడండి. దీని నుంచి A^{-1} ని కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Schwartz's inequality.

స్క్వార్జ్ అసమానతను ప్రవచించి నిరూపించండి.

13. a) Show that in an inner product space any orthogonal set of non-zero vectors in linearly independent.

ఒక అంతర్లబ్ధ అంతరాళంలో శూన్యేతర సదిశల యొక్క ఏదైనా లాబాత్మక సమితి ఏకఘాత స్వతంత్రమని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Apply Gram-Schmidt process to the vectors (1, 0, 1), (1, 0, – 1) (0, 3, 4) to obtain are orthonormal basis of R^3 with standard inner product.

(1, 0, 1), (1, 0, – 1) (0, 3, 4) సదిశలకు గ్రామ్- ష్మిడ్ట్ ప్రక్రియని అనువర్తించి ప్రామాణిక అంతరలబ్ధంతో R^3 యొక్క ఒక లంబాభిలంబ ఆధారాన్ని రాబట్టండి.

♦♦♦♦

Scanned with CamScanner

Supply 2017-18

[Total No. of Printed Pages-5

[CB-BA528-B/CB-BS532-B]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-V(B)-LINEAR ALGEBRA

(COMMON FOR B.A./B.Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours | Maximum : 75 Marks

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **FIVE** questions. Each questions carries **5** marks.

ఈ క్రింది ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **5** మార్కులు. **(5×5=25)**

1. If W_1 and W_2 are two subspaces of a vector space V(F) then $W_1 \cap W_2$ is also a subspace.

V(F) నకు W_1, W_2లు ఉపాంతరాళాలయితే వాటి ఛేదక సమితి కూడా ఉపాంతరాళమగును.

2. Show that the vector $\alpha = (2,-5,3)$ in R^3 cannot be expressed as a linear combination of the vectors $e_1=(1,-3,2)$, $e_2=(2,-4,-1)$, $e_3=(1,-5,7)$.

R^3 లోని $\alpha = (2,-5,3)$ అను సదిశను $e_1=(1,-3,2)$, $e_2=(2,-4,-1)$, $e_3=(1,-5,7)$ సదిశల సంయోగంగా రాయలేమని చూపండి.

Scanned with CamScanner

3. If W is a subspace of $V_4(R)$ generated by the vectors $(1,-2,5,-3)$, $(2,3,1,-4)$ and $(3,8,-3,-5)$. Find a basis of W and its dimension.

$V_4(R)$ నకు W ఉపాంతరాళము $(1,-2,5,-3)$, $(2,3,1,-4)$ మరియు $(3,8,-3,-5)$ సదిశలచే W వితస్తింపబడినది. W యొక్క ఆధారాన్ని దాని పరిమాణాన్ని కనుక్కోండి.

4. The mapping $T:V_3(R)\rightarrow V_2(R)$ is defined by $T(x,y,z)=(x,-y,x-z)$ S.T. 'T' is a linear transformation.

$T:V_3(R)\rightarrow V_2(R)$ ప్రమేయాన్ని $T(x,y,z)=(x,-y,x-z)$ నిర్వచింపబడింది 'T' ఋజు పరివర్తనమని చూపండి.

5. Let U(F) and V(F) be two vector spaces and $T:U\rightarrow V$ is a linear transformation. Then null space N(T) is a subspace of V(F).

U(F), V(F) రెండు సదిశాంతరాళాలు $T:U\rightarrow V$ ఒక ఋజు పరివర్తనమయితే V(F) నకు N(T) ఉపాంతరాళము.

6. Find the characteristic roots of the matrix

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1\\ 2 & -1 & 0\end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1\\ 2 & -1 & 0\end{bmatrix}$$ మాత్రిక యొక్క అయిగన్ విలువలు కనుక్కోండి.

7. State and prove Triangle inequality.

త్రిభుజ అసమానతను ప్రవచించి నిరూపణ చేయండి.

Scanned with CamScanner

8. Find a unit vector orthogonal to (4,2,3) in R^3.
R^3 అంతరాళంలో (4,2,3) సదిశకు లంబంగా ఉండే యూనిట్ సదిశను కనుక్కోండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

Answer all **FIVE** questions. Each carries **10** marks.
ఈ క్రింది ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **10** మార్కులు. **(5×10=50)**

9. a) Let V(F) is finite dimensional vector space, then prove that any two bases of V have the same number of elements.
V(F) ఒక పరిమిత సదిశాంతంరాళం అయితే, V యొక్క ఏ రెండు ఆధార సమతులలోనైన ఒకే సంఖ్యలోని మూలకాలను కలిగి ఉంటాయని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) If *m* and *n* are dimensions of the subspace W and of the vector space V respectively then show that dim (V/W) = dim V-dim W.
m మరియు *n* లు వరుసగా ఉపాంతరాళం W మరియు సదిశాంతరాళం V యొక్క పరిమాణాలైతే dim (V/W) = dim V-dim W అని చూపండి.

10. a) The union of two subspace is a subspace if and only if one is contained in the other.
రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనము కూడ ఉపాంతరాళం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం ఒకటి రెండవ దానికి ఉపసమితి అయి ఉండాలి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Let V(F) be a vector space, $S \subseteq V$ and $S = \{\alpha_{1,} \alpha_2 ......\alpha_n\}$ is a finite subset of now-zero vector of V(F). Then S is linearly defendant if and only if some vector $\alpha k \in s, 2 \leq k \leq n$, can be expressed as a linear combination of its preceding vectors.

V(F) ఒక సదిశాంతరాళము, $S \subseteq V$ మరియు $S = \{\alpha_{1,} \alpha_2 ......\alpha_n\}$ అనేది పరిమిత శూన్యేతర సదిశల సమితి. S ఋజు పరాధీనతకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం, ఒక మూలకం $\alpha_k \in S, 2 \leq k \leq n$ దాని ముందుండేటటువంటి సదిశల ఋజు సంయోగమవుతుంది.

11. a) State and prove Rank-nullity theorem.

కోట–శూన్యతా సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) If $T : R^3 \to R^3$ be a linear transformation defined by $T(x,y,z) = (x-y, y-z, z-x) \forall (x, y, z) \in R^3$ than show that T is a linear transformation and find its rank.

$T : R^3 \to R^3$ ప్రమేయాన్ని $T(x,y,z) = (x-y, y-z, z-x)$ $\forall (x, y, z) \in R^3$ అని నిర్వచిస్తే, T ఒక ఋజు పరివర్తనమని చూపి T పరివర్తన కోటిని (rank) కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner

12. a) Find the Eigen values and Eigen vectors of the matrix

$$A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 4\\ 0 & 2 & 5\\ 0 & 0 & 4\end{bmatrix}$$

$A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 4\\ 0 & 2 & 5\\ 0 & 0 & 4\end{bmatrix}$ మాత్రికకు లాక్షిణిక మూలాలు, తత్సంబధిత లాక్షిణిక కనుక్కోండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Cayley–Hamilton theorem

కేలీ–హెమిల్‌టన్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

13. a) State and prove Bessel's inequality.

బెస్సెల్ అసమానతను నిర్వచించి నిరూపించుము.

(OR/లేదా)

b) Given $\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$ is a basis of R^3, construct an orthonormal basis.

R^3 అంతర లబ్ధాంతరాళానికి $\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$ ఒక ఆధారం అయితే ఒక లంబాభిలంబ ఆధారం నిర్మించండి.

Scanned with CamScanner

rafaul 2017-18

MATHEMATICS –V(B) LINERALGEBRA -2017-18

Time:3hrs Maximum Marks:75

SECTION-A

I. Answer any Five questions .Each question carries 5 marks . 5x5 =25M.

1. Show that the liner span L(s) of any subset S of a vector space V(F) is a subspace of V(F).
2. Determine the value of 'a '"for which the vectors (1+a, 1,1), (1,1+a,1), (1,1,1+a) from a basis of $V_3(R)$.
3. Show that the mapping T: $V_3(R) \to V_2(R)$ is defined by T(x,y,z) = (x-y, x-z) is a liner transformation.
4. Let U (F) and V (F) be two vector spaces and T U → V is a linear transformation. Then null space N(T) is a subspace of U (F).
5. T:$R^3 \to R^2$ be a linear transformation defined by T:($x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3)$Find the Rank (T), and nullity (T).
6. Let V be an inner product space over the field R and $\alpha, \beta \epsilon\ V$ Then prove that α is orthogonal to β iff $\|\alpha + \beta\|^2 = \|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2$.
7. Find the unit vector orthogonal to (4,2,3) in R^3.
8. Prove that S= {(1/3,-2/3,-2/3)},{(2/3,-1/3,2/3)},{(2/3,2/3,-1/3)} is an orthogonal set in R^3 with standard inner product.

SECTION-B

II Answer any Five questions .Each question carries 10 marks . 5x10=50M.

9. (A) If S, T are the subset of a vector space V(F),then
   (I) S ≤ T =>L(S) ≤L (T) (II) L(S ∪ T) = L(S) + L (T)

   OR

   (B). If w_1 and w_2 are two subspace of a vector space V (F) then

   L $(w_1 \cup w_2) = w_1 + w_2$.

10. (A) Let W be a sub space of a finite dimensional vector space V(f), then dim V/W = dim V- dim W

    OR

    (B).Let $w_1 and\ w_2$ be two subspaces of R^4 given by
    w_1 = {(a,b,c,d): b-2c+d=0}, w_2 ={(a,b,c,d):a=d,b=2c} Find the basis and dimension of i) w_1 , ii) w_2, iii) $w_1 \cap w_2$ and hence find the dim$(w_1 + w_2)$.
11. (A) State and prove Rank – nullity theorem.

    OR

    (B). Define linear operator . Show that the mapping T:$R^2 \to R^2$ defined by T(x,y)= (2x+3y, 3x+4y) a linear transformation.
12. (A) State and prove cayley – Hamilton theorem .

    OR

    (B). Find the eigen roots and the corresponding eigen vectors of the matrix $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$
13. (A) Given {(1,-1,2).(0,2,1),(1,2,0)} is a basis of R^3 construct an orthonormal basis.

    OR

    (B) State and prove Bessel s inequality and parseval s identity.

Scanned with CamScanner

Regular 2018-19

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA528-B/CB-BS532-B]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER

DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-V(B)-LINEAR ALGEBRA

(COMMON FOR B.A, B.Sc)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours Maximum : 75 Marks

SECTION - A

విభాగము - ఎ

I. Answer any **FIVE** questions. Each question carries **5** marks.

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **ఐదు** మార్కులు. **(5×5=25)**

1. Prove that the linear span L(S) of any subset S of a vector space V(F) is a subspace of V(F).

   V(F) సదిశాంతరాళంలోని ఏదైనా ఉపసమితి S అనుకోండి. V(F) నకు L(S) ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

15,000 [Turn over

Scanned with CamScanner

2. Show the vectors (1,3,2), (1,-7,-8), (2,1,-1) of $V_3(R)$ is linearly dependent.

$V_3(R)$ యొక్క (1,3,2), (1,-7,-8), (2,1,-1) సదిశలు ఋజు పరాధీనమని చూపండి.

3. If α, β, γ are Linearly independent vectors of the vector space V(R)then show that $\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha$ are also linearly independent.

V(R) యొక్క α, β, γ లు ఋజు స్వాతంత్ర్య సదిశలయితే $\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha$ లు కూడా ఋజు స్వాతంత్ర్యాలని చూపండి.

4. The mapping $T: V_3(R) \rightarrow V_2(R)$ is defined by $T(x,y,z)=(x-y,x-z)$. Show that T is a linear transformation.

$T: V_3(R) \rightarrow V_2(R)$ ప్రమేయాన్ని $T(x,y,z)=(x-y,x-z)$ నిర్వచింపబడింది. T ఋజు పరివర్తనమని చూపండి.

5. Let U (F) and V (F) be two vector spaces and $T: U \rightarrow V$ is a linear transformation. Then null space N(T) is a subspace of U (F) .

U (F) ,V (F) రెండు సదిశాంతరాళాలు $T: U \rightarrow V$ ఒక ఋజు పరివర్తనమయితే U (F) నకు N(T) ఉపాంతరాళము.

Scanned with CamScanner

6. Find Eigen values of the matrix $A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 1 & 3\end{bmatrix}$.

$A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 1 & 3\end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క అయిగన్ విలువలు కనుక్కోండి.

7. State and Prove Parallelogram law.

సమాంతర చతుర్భుజ న్యాయం నిర్వచించి నిరూపించుము.

8. If $\alpha=(4,1,8), \beta=(1,0,-3)$ are two vectors in R^3 find the angle between α and β.

R^3 అంతర లబ్ధాంతరాళంలో $\alpha=(4,1,8), \beta=(1,0,-3)$ సదిశల మధ్య కోణాన్ని పొందండి.

SECTION - B

విభాగము - బి

II. Answer **ALL** five questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. **(5×10=50)**

9. a) Let V (F) be a finite dimensional vector space then prove that any two bases of V have the same number of elements.

V (F) ఒక పరిమిత సదిశాంతరాళం అయితే, V యొక్క ఏ రెండు ఆధార సమితులలోనైనా, ఒకే సంఖ్యలోని మూలకాలను కలిగి ఉంటాయని చూపండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Let V (F) be a finite dimensional vector space of dimension n and w be the subspace of V. Then w is a finite dimensional vector space dim $w \leq n$.

పరిమిత పరిమాణపు సదిశాంతరాళం V(F) నకు పరిమాణము n అనుకోండి. V నకు w ఉపాంతరాళముగా dim $w \leq n$ అగునట్టు పరిమిత సదిశాంతరాళము.

10. a) The necessary and sufficient condition for non empty subset W of a vector space V (F) to be a subspace of V that

$$a, b \in F\ ,\ \ \alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W.$$

సదిశాంతరాళం V (F) యొక్క శూన్యేతర ఉపసమితి W ఒక ఉప సదిశాంతరాళం కావడానికి ఆవశ్యక, పర్యాప్తక నియమము $a, b \in F$, $\alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$ అని చూపుము.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) If S is a non empty subset of a vector space V (F) then

i) S is subspace of $V \Leftrightarrow L(S) = S$,

ii) $L(L(S)) = L(S)$.

V (F) సదిశాంతరాళానికి S ఒక ఉపసమితి అయితే

i) V కి S ఉపాంతరాళము $\Leftrightarrow L(S) = S$,

ii) $L(L(S)) = L(S)$.

11. a) State and Prove Rank-Nullity theorem.

కోట–శూన్యతా సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Find the null space, range, rank and nullity of the transformation $T : R^2 \to R^3$ defined by $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$.

$T : R^2 \to R^3$ ఋజు పరివర్తన $T(x, y) = (x + y, x - y, y)$ అని నిర్వచిస్తే T యొక్క శూన్యతాంతరాళము, వ్యాప్త, పరివర్తన కోటి, పరివర్తన శూన్యతలను కనుక్కోండి.

12. a) State and Prove cayley-Hamilton theorem.

కేలీ–హెమిల్‌టన్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Find the Eigen values and Eigen vectors of the matrix $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & 7 & 3 \end{bmatrix}$.

$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & 7 & 3 \end{bmatrix}$ మాత్రికకు లాక్షణిక మూలాలు, తత్సంబధిత లాక్షణిక కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner

13. a) State and Prove Schwartz's inequality.

ష్వార్జ్ అసమానతను ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Apply Gram-Schmidt orthogonalization process to the vectors (2,0,1), (3,-1,5), (0,4,2) to obtain an orthonormal basis of R^3.

గ్రామ్-స్మిడ్ లంబీకరణ పద్ధతి ద్వారా R^3లోని (2,0,1), (3,-1,5), (0,4,2) సదిశల యొక్క లంబాభిలంబ ఆధారం పొందండి.

Scanned with CamScanner

Instant 2018-2019

[CB-BA 528-B/CB-BS 532-B]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS-V(B)-LINEAR ALGEBRA

(COMMON FOR B.A., B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-2016)

(CBCS PATTERN)

Time : 3 Hours　　　　Maximum : 75 Marks

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **FIVE** questions. Each question carries **FIVE** marks.

ఈ క్రింది వానిలో **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **ఐదు** మార్కులు. **(5×5=25)**

1. Show that $S=\{(1,2,4),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ is a linearly dependent subset of the vector space $V_3(R)$ where R is a field of real numbers.

   $V_3(R)$ యొక్క ఉపసమితి $S=\{(1,2,4),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ ఋజు పరాధీనమని చూపండి.

Scanned with CamScanner

2. Define the Kernel of a linear transformation. Prove that it is a subspace of $V(F)$.

ఒక రుజుపరివర్తన యొక్క కెర్నల్‌ను నిర్వచించండి, అది $V(F)$ యొక్క ఉపాంతరాళమని నిరూపించండి.

3. Show that the vectors $(2,1,4),(1,-1,2),(3,1,-2)$ form a basis for R^3.

$(2,1,4),(1,-1,2),(3,1,-2)$ సదిశలు R^3కి ఒక ప్రాతిపదిక అవుతాయని చూపండి.

4. Show that the linear operator $T:R^3 \to R^3$ defined by $T(x,y,z)=(x\cos\theta - y\sin\theta, x\sin\theta + y\cos\theta, z)$ is non - singular.

$T(x,y,z)=(x\cos\theta - y\sin\theta, x\sin\theta + y\cos\theta, z)$గా నిర్వచింపబడిన $T:R^3 \to R^3$ రుజుపరికర్త అసాధారణమని చూపండి.

5. If F is a field of real numbers, prove that the vectors (α_1,α_2) and (β_1,β_2) in $V_3(F)$ are linearly dependent if and only if $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$.

F ఒక వాస్తవ సంఖ్యల క్షేత్రము (α_1,α_2) మరియు $(\beta_1,\beta_2) \in V_3(F)$ లు ఋజు పరాధీనమగుటకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ అని చూపండి.

Scanned with CamScanner

6. Show that the mapping $T:V_3(R)\rightarrow V_2(R)$ defined as $T(a_1a_2a_3)=(3a_1-2a_2+a_3, a_1-3a_2-2a_3)$ is a linear transformation.

$T:V_3(R)\rightarrow V_2(R)$ ప్రమేయాన్ని $T(a_1a_2a_3)=(3a_1-2a_2+a_3, a_1-3a_2-2a_3)$ నిర్వచించిన T ఋజు పరివర్తనమని చూపండి.

7. Find the characteristic equation of $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 5\\ 0 & 2 & 6\\ 3 & 1 & 4\end{bmatrix}$

$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 5\\ 0 & 2 & 6\\ 3 & 1 & 4\end{bmatrix}$ యొక్క లాక్షనిక సమీకరణము కనుగొనండి.

8. State and prove Sylvester's law of nullity.

సిల్వస్టర్ శూన్యతా న్యాయాన్ని నిర్వచించి నిరూపించుము.

Scanned with CamScanner

SECTION - B

విభాగము -బి

Answer all **FIVE** questions. Each question carries **TEN** marks.

ఈ క్రింది వానిలో **ఐదు** ప్రశ్నలకు సమాధానములు రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **పది** మార్కులు. **(5×10=50)**

9. a) Prove that the union of two subspaces is a subspace if and only if one is contained in the other.

రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనము కూడ ఉపాంతరాళం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమం ఒకటి రెండవదాని ఉపసమితి అయి ఉండాలి.

(OR/లేదా)

b) Let W be a subspace of a finite dimensional vector space $V(F)$, then prove that $\dim\left(V/W\right) = \dim V - \dim W$.

$V(F)$ పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళానికి W ఉపాంతరాళము అయితే $\dim\left(V/W\right) = \dim V - \dim W$ అని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

10. a) Let $U(F)$ and $V(F)$ be two vector spaces and $T:U \to V$ be a linear transformation. Let U be finite dimensional then P.T $\rho(T)+\nu(T)=\dim U$ i.e. $rank(T)+nullity(T)=\dim U$.

$U(F), V(F)$ రెండు సదిశాంతరాళాలు $T:U \to V$ ఒక ఋజు పరివర్తన. U పరిమిత పరిమాణానంతరాళం అయితే T పరివర్తనాకోటి $+T$ పరివర్తనాకోటి $=U$ పరిమాణం i.e. $\rho(T)+\nu(T)=\dim U$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Verify the Rank- Nullity theorem for the linear map $T:V_4 \to V_3$ defined by $T(\rho_1)=f_1+f_2+f_3$, $T(\rho_2)=f_1-f_2+f_3$, $T(\rho_3)=f_1$, $T(\rho_4)=f_1+f_3$ when $\{\rho_1,\rho_2,\rho_3\}$ and $\{f_1,f_2,f_3\}$ are standard basis V_4 and V_3 respectively.

$T:V_4 \to V_3$ ఋజు పరివర్తనం, $T(\rho_1)=f_1+f_2+f_3$, $T(\rho_2)=f_1-f_2+f_3$, $T(\rho_3)=f_1$, $T(\rho_4)=f_1+f_3$ ద్వారా నిర్వచించినప్పుడు $\{\rho_1,\rho_2,\rho_3\}$ మరియు $\{f_1,f_2,f_3\}$ అయినప్పుడు V_4 మరియు V_3 standard basis V_3 మరియు V_3 respectively.

Scanned with CamScanner

11. a) Let $V(F)$ be a finite dimensional vector space of dimensional n and W be a subspace of V. Then prove that W is a finite dimensional vector space with $\dim W \le n$.

పరిమిత పరిమాణపు సదిశాంతరాళం $V(F)$ నకు పరిమాణం n అనుకోండి. V నకు W ఒక ఉపాంతరాళం. W కూడ $\dim W \le n$ అగునట్లు పరిమిత సదిశాంతరాళము.

(OR/లేదా)

b) i. The mapping $T: V_3(R) \to V_2(R)$ is defined by $T(x,y,z) = (x-y, x+z)$. Show that T is a linear transformation.

$T: V_3(R) \to V_2(R)$ ప్రమేయాన్ని $T(x,y,z) = (x-y, x+z)$ గా నిర్వచింపబడింది. T ఒక ఋజు పరివర్తనమని చూపండి.

ii. The mapping $T: V_3(R) \to V_1(R)$ is defined by $T(a,b,c) = a^2 + b^2 + c^2$, can T be a linear transformation.

$T: V_3(R) \to V_1(R)$ ప్రమేయము $T(a,b,c) = a^2 + b^2 + c^2$ అని నిర్వచింపబడింది. T ఋజు పరివర్తనమవుతుందా?

Scanned with CamScanner

12. a) Verify Cayley-Hamilton theorem when T is a linear operator defined by $T(a,b)=(a+2b,-2a+b)$.

T అనే బుజు పరికర్త యొుక్క నిర్వచనము $T(a,b)=(a+2b,-2a+b)$ నకు కేలీ- హేమిల్‌టన్ సిద్ధాంతాన్ని సరి చూడండి.

(OR/లేదా)

b) If $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ verify Cayley-Hamilton theorem, Hence find A^{-1}.

$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ అయిన, ఈ మాత్రికకు కేలీ- హేమిల్‌టన్ సిద్ధాంతమును పరిశీలించండి. తద్వారా A^{-1} కనుక్కొండి.

Scanned with CamScanner

Board Paper

MATHEMATICS MODEL PAPER
FIFTH SEMESTER
PAPER 6 – LINEAR ALGEBRA
COMMON FOR B.A & B.Sc
(w.e.f. 2015-16 admitted batch)

Time: 3 Hours **Maximum Marks: 75**

SECTION-A

Answer any **FIVE** questions. Each question carries **FIVE** marks. **5 x 5 = 25 Marks**

1) Let p, q, r be the fixed elements of a field F. Show that the set W of all triads (x, y, z) of elements of F, such that $px + qy + rz = 0$ is a vector subspace of $V_3(F)$.
2) Express the vector $\alpha = (1, -2, 5)$ as a linear combination of the vectors $e_1 = (1, 1, 1)$, $e_2 = (1, 2, 3)$ and $e_3 = (2, -1, 1)$.
3) If α, β, γ are L.I vectors of the vector space V(R) then show that $\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha$ are also L.I vectors.
4) Describe explicitly the linear transformation $T: R^2 \to R^2$ such that $T(1, 2) = (3, 0)$, and $T(2, 1) = (1, 2)$.
5) Let U(F) and V(F) be two vector spaces and $T: U(F) \to V(F)$ be a linear transformation. Prove that the range set R(T) is a subspace of V(F).
6) Solve the system $2x-3y+z=0$, $x+2y-3z=0$, $4x-y-2z=0$.
7) State and prove Schwarz inequality.
8) Show that the set $S = \{(1,1,0), (1,-1,1), (-1,1,2)\}$ is an orthogonal set of the inner product space $R^3(R)$.

SECTION-B

Answer the all **FIVE** questions. Each carries **TEN** marks. **5 x 10 = 50 Marks**

9(a) Prove that the subspace W to be a subspace of $V(F) \Leftrightarrow a\alpha + b\beta \in W \ \forall a, b \in F$ and $\alpha, \beta \in W$.

OR

9(b) Prove that the four vectors $\alpha=(1,0,0)$, $\beta=(0,1,0)$, $\gamma=(0,0,1)$, $\delta=(1,1,1)$ in V3(C) form a Linear dependent set, but any three of them are Linear Independent.

10(a) Let W be a subspace of a finite dimensional vector space V(F), then prove that

$$\dim\left(V/W\right) = \dim(V) - \dim(W)$$

OR

10(b) Let W_1 and W_2 be two subspaces of a finite dimensional vector space V(F). Then prove that

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2) - \dim(W_1 \cap W_2).$$

Scanned with CamScanner

11(a) State and prove Rank-Nullity theorem.

OR

11(b) Define a Linear transformation. Show that the mapping T: $R^3 \rightarrow R^2$ is defined by T (x, y, z) = (x - y, x - z) is a linear transformation.

12(a) State and prove Cayley- Hamilton theorem.

OR

12(b) Find the characteristic roots and the corresponding characteristic vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

13(a) State and prove Bessel's inequality.

OR

13(b) Applying Gram-Schmidt orthogonalization process to obtain an orthonormal basis of $R^3(R)$ from the basis S = { (1, 1, 0), (-1,1,0), (1, 2, 1,)}.

Scanned with CamScanner

March 2020-2021

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA528-B/CB-BS532-B]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER (CBCS PATTERN) DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS - V(B) - LINEAR ALGEBRA

(COMMON FOR B.A. B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-2016)

Time : 3 Hours **Maximum : 75 Marks**

SECTION - A

విభాగము - ఎ

Answer any **Five** questions. Each question carries **Five** marks. **(5×5=25)**

ఏవైనా **ఐదు** ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము. ప్రతి ప్రశ్నకు **ఐదు** మార్కులు.

1. Let R be the field of real numbers. Show that the trial $\{(x,2y,3z)/x,y,z\in R\}$ forms the sub space of $R^3(R)$.

R ఒక వాస్తవ సంఖ్యాక్షేత్రం అయితే $\{(x,2y,3z)/x,y,z\in R\}$, $R^3(R)$ నకు ఉపాంతరాళాన్ని ఏర్పరుస్తుందని చూపుము.

2. If S is a subset of a vector space V(F) then prove that

i. S is a subspace of $V(F)\Rightarrow L(S)=S$

ii. $L(L(S))=L(S)$

Scanned with CamScanner

సదిశాంతరాళం V(F) కు S ఒక ఉపసమితి అయితే

i. V(F) కు S ఉపసమితి $\Rightarrow L(S)=S$

ii. $L(L(S))=L(S)$ అని నిరూపించండి

3. Show that the system of vectors (1,2,0), (0,3,1), (-1,0,1) of $V_3(Q)$ is L.I, where Q is the field of rational numbers.

$V_3(Q)$ సదిశాంతరాళం యొక్క సదిశలు (1,2,0), (0,3,1), (-1,0,1) ఏకఘాతస్వతంత్రాలు (L.I) అనిచూపండి. ఇక్కడ $V_3(Q)$ లో Q అకరణీయ సంఖ్యాక్షేత్రం.

4. If the mapping $T:V_3(R)\rightarrow V_2(R)$ is defined by $T(x,y,z)=(x-y,x-z)$ then show that T is a linear transformation.

$T:V_3(R)\rightarrow V_2(R)$ ను $T(x,y,z)=(x-y,x-z)$ గా నిర్వచించినపుడు T ని ఋజు పరివర్తన అవుతుందని చూపండి.

5. Let U(F) and V(F) be two vector spaces and $T:U\rightarrow V$ is a linear transformation then prove that the null space N(T) is a sub space of U(F).

U(F), V(F) లు రెండు సదిశాంతరాళాలు మరియు $T:U\rightarrow V$ ఋజుపరివర్తన అయితే సదిశాంతరాళం U(F) కు శూన్యాంతరాళం N(T) ఒక ఉపాంతరాళం అవుతుందని చూపండి.

Scanned with CamScanner

6. Solve the system

సమీకరణాలను సాధించండి.

$$x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 0, 2x_1 - x_2 - x_4 = 0,$$
$$x_1 + 2x_3 - x_4 = 0, 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0,$$

7. State and prove triangle an equality.

త్రిభుజం అసమానతను వ్రాసి నిరూపించండి.

8. Define orthogonal vectors in an inner product space. If $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ are two orthogonal vectors in an linnear product space V(F) then prove that $\|\overline{\alpha}+\overline{\beta}\|^2 = \|\overline{\alpha}\|^2 + \|\beta\|^2$.

అంతరలబ్ధాంతరాళంలో పరస్పర లంబసదిశలను నిర్వచింపుము. సదిశాంతరాళం V(F) లో $\overline{\alpha}, \overline{\beta}$ లు రెండు లంబసదిశలైతే $\|\overline{\alpha}+\overline{\beta}\|^2 = \|\overline{\alpha}\|^2 + \|\beta\|^2$ అనిచూపండి.

SECTION - B

విభాగము -బి

Answer the all **Five** questions. Each question carries **Ten** marks. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

Scanned with CamScanner

9. a) If $W_1 and W_2$ are two subspaces of a vector space V(F) then prove that $W_1 \cup W_2$ is also subspace if and only if $W_1 \subseteq W_2$ or $W_2 \subseteq W_1$.

సదిశాంతరాళం V(F) కు W_1, W_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలు, $W_1 \cup W_2$ కూడ V(F) ఉపాంత రాళం కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్తనియమము $W_1 \subseteq W_2$ or $W_2 \subseteq W_1$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Let V(F) be a vector space and $S = \{\overline{\alpha}_1, ... \overline{\alpha}_n\}$ is a finite subset of non zero vectors of V(F), then prove that S is linearly independent if and only if some vector $\alpha_k \in S$, $2 \leq k \leq n$ can be expressed as a linear combination of its preceeding vectors.

సదిశాంతరాళం V(F) లోని శూన్యేతర సదిశల ఉపసమితి $S = \{\overline{\alpha}_1, ... \overline{\alpha}_n\}$ అయితే S ఏకఘాత స్వతంత్రం $\Leftrightarrow$ వీటిలో ఏదో ఒక సదిశ $\alpha_k \in S$, $2 \leq k \leq n$ ను దాని ముందరి సదిశల ఏకఘాత సంయోగంగా వ్రాయవచ్చునని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

10. a) Show that the set $S = \{(2,1,0),(2,1,1),(2,2,1)\}$ forms a basis of $V_3(F)$ over reals.

సమితి $S = \{(2,1,0),(2,1,1),(2,2,1)\}$ సదిశాంతరాళం $V_3(F)$ కు ఆధారాన్ని (basis) ఏర్పరుస్తుందని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) Let W be a subspace of a finite dimensional vector space V(F) then prove that dim(V/W) = dimV-dimW.

పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళం V(F) నకు W ఒక ఉపాంతరాళం అయితే dim(V/W) = dimV-dimW అని నిరూపించండి.

11. a) Define a linear transformation between two vector spaces.If $T: R^3 \to R^3$ is defined by $T(x,y,z) = (3x, x-y, 2x+y+z)$ then prove that 'T' is a linear trnasformation.

రెండు సదిశాంతరాళాలపై ఋజు పరివర్తనను నిర్వచింపుము. $T: R^3 \to R^3$ ను $T(x,y,z) = (3x, x-y, 2x+y+z)$ గా నిర్వచింపబడినపుడు T ఋజు పరివర్తన అవుతుందని చూపండి.

(OR/లేదా)

Scanned with CamScanner

b) State and prove Rank - Nullity theorem.

కోటి - శూన్యత సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

12. a) State and prove Cayley - Hamilton theorem.

కేలే - హేమిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Find the characteristic roots and corresponding characteristic vectors of the matrix. $A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 1 & 3\end{bmatrix}$

$A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 1 & 3\end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక మూలాలు మరియు లాక్షణిక సదిశలను కనుక్కోండి.

13. a) State and prove Parseval's Identity.

పార్సీవెల్ తుల్యతను వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

Scanned with CamScanner

b) Applying Gram - Schmidt orthogonalization process to obtain an orthonormal basis of $R^3(R)$ from the basis $S=\{(1,0,1),(1,0,-1),(0,1,4)\}$.

$R^3(R)$ పై ప్రమాణ అంతర లబ్ధాన్ని తీసుకుని $S=\{(1,0,1),(1,0,-1),(0,1,4)\}$ అనే ఆధారాన్ని ఉపయోగించి గ్రామ్ - ష్మిడ్ట్ లంబీకరణ పద్ధతి ద్వారా $R^3(R)$ కు ఒక లంబాభి లంబ ఆధారాన్ని కనుక్కొండి.

Scanned with CamScanner

[Total No. of Printed Pages-4

[CB-BA528-B/CB-BS532-B]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER (CBCS PATTERN) DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS - V (B) - LINEAR ALGEBRA

(COMMON FOR B.A., B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time : 3 Hours **Maximum : 75 Marks**

SECTION - A

Answer any **FIVE** of the following. **(5×5=25)**

1. Show that the system of vectors (1,3,2,) (1,-7,-8), (2,1,-1) of $V_3(R)$ is linearly dependent.

$V_3(R)$ యొక్క (1,3,2,) (1,-7,-8), (2,1,-1) సదిశలు ఋజు పరాధీనమని చూపండి.

2. The intersection of any two subspaces W_1 and W_2 of a vector space V(F) is also a subspace.

V(F) నకు W_1 , W_2లు ఉపాంతరాళాలయితే వాటి చేదక సమితి కూడా ఉపాంతరాళమగును.

3. Show that the set {(1,0,0), (1,1,0),(1,1,1)} is a basis of $C^3(c)$.

$C^3(c)$ నకు {(1,0,0), (1,1,0),(1,1,1)} ఆధార సమితి అని చూపండి.

4. The mapping $T: V_3(R) \to V_2(R)$ is defined by T(x,y,z)=(x-y,x-z) show that T is a linear transformation.

$T: V_3(R) \to V_2(R)$ ప్రమేయాన్ని T(x,y,z)=(x-y,x-z) నిర్వచింపబడింది. T ఋజు పరివర్తనమని చూపండి.

5. Define Range and Null space of a linear transformation.

వ్యాప్తి మరియు శూన్యాంతరాళములను నిర్వచించండి.

Scanned with CamScanner

6. Find the rank of the matrix $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & -1 & -1\end{bmatrix}$

$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & -1 & -1\end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క కోటి కనుక్కోండి.

7. Find the Eigen values of the matrix $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1\\ 2 & -1 & 0\end{bmatrix}$

$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1\\ 2 & -1 & 0\end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క అయిగన్ విలువలను కనుక్కోండి.

8. State and prove Triangle inequality.

త్రికోణ అసమానత సిద్ధాంతాన్ని రాసి నిరూపించండి.

SECTION - B

Answer **ALL** of the following questions. **(5×10=50)**

9. a) If W_1 and W_2 are any two subspaces of a vector space V(F) then prove that

i) W_1+W_2 is a subspace of V(F).

ii) $W_1 \subseteq W_1+W_2$ and $W_2 \subseteq W_1+W_2$

V(F) సదిశాంతరాళానికి W_1, W_2 ఉపాంతరాళాలయితే

i) V(F) కి W_1+W_2 ఉపాంతరాళము

ii) $W_1 \subseteq W_1+W_2$ మరియు $W_2 \subseteq W_1+W_2$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

Scanned with CamScanner

b) If W_1 and W_2 are two subspaces of a vectorspace V(F), then prove $L(W_1 \cup W_2) = W_1+W_2$

V(F) నకు W_1, W_2 లు ఉపాంతరాళాలు అయితే $L(W_1 \cup W_2) = W_1+W_2$ అని నిరూపించండి.

10. a) Let V(F) be a finite dimensional vector space. Then any two bases of V have the same number of elements.

V(F) ఒక పరిమితి సదిశాంతరాళము. V యొక్క ఏ రెండు ఆధారాలలోనైనా మూలకాల సంఖ్య సమానము.

(OR/లేదా)

b) Let W be a subspace of a finite dimensional vector space V(F), then dim(v/w) = dimv-dimW.

V(F) పరిమితి పరిమాణ సదిశాంతరాళానికి W ఉపాంతరాళము అయితే dim(v/w) = dimv-dimW.

11. a) Let U(F) and V(F) be two vector spaces and T: $U \rightarrow V$ is a linear transformation. Then prove null space N(T) is a subspace of U(F).

U(F), V(F) రెండు సదిశాంతరాళాలు. T: $U \rightarrow V$ ఒక ఋజు పరివర్తనమయితే U(F) నకు N(T) ఉపాంతరాళమగును అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Rank-Nullity Theorem.

కోటి–పరివర్తనా శూన్యత సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

[Turn over

Scanned with CamScanner

12. a) Solve the system $2x-y+3z=0$, $3x+2y+z=0$ and $x-4y+5z=0$

$2x-y+3z=0$, $3x+2y+z=0$ మరియు $x-4y+5z=0$ వ్యవస్థను సాధించండి.

(OR/లేదా)

b) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ verify cayley -Hamilton theorem. Hence find A^{-1}

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ అయితే కేలీ–హేమిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూసి దాని ద్వారా A^{-1} ను కనుక్కోండి.

13 a) State and prove Cauchy's Schwars inequality.

కోషి–స్క్వార్జ్ అసమానత సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Bessel's inequality.

బెసెల్స్ అసమానత సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

Regular 2021 - 2022

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA528-B/CB-BS532-B]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER (CBCS PATTERN) DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS : V(B) - LINEAR ALGEBRA

(Common For B.A, B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time : 3 Hours **Maximum : 75 Marks**

SECTION - A

Answer any **Five** questions. Each question carries five marks. **(5×5=25)**

ఏవైనా **5** ప్రశ్నలకి సమాధానం తెల్పండి.. ప్రతి ప్రశ్నకు **5** మార్కులు.

1. Let R be the field of real numbers then show that the triad $\{(x,x,x)/x \in R\}$ forms the sub space of $R^3(R)$.

R ఒక వాస్తవ సంఖ్యాక్షేత్రం అయితే $\{x,x,x/x \in R\}$, $R^3(R)$ నకు ఉపాంతరాళాన్ని ఏర్పరుస్తుందని చూపండి.

2. If S is a subset of a vector space $V(F)$ then prove that

i) S is a sub space of $V(F) \Rightarrow L(S) = S$.

ii) $L(L(S)) = L(S)$

Scanned with CamScanner

సదిశాంతరాళం $V(F)$ కు S ఒక ఉపసమితి అయితే

i) $V(F)$ కు S ఉపసమితి $\Rightarrow L(S)=S$

ii) $L(L(S))=L(S)$ అని నిరూపించండి.

3. If α,β,γ are L.I vectors $V(R)$ then prove that $\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha$ are also L.I vectors.

సదిశాంతరాళం $V(R)$ యొక్క α,β,γ లు ఋజు స్వతంత్ర సదిశలైతే $\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha$ లు కూడా ఋజు స్వతంత్రాలని చూపుము.

4. If the mapping $T:V_1(R)\to V_3(R)$ defined by $T(x)=(x,2x,3x)$ then prove that T is a linear transformation.

$T:V_1(R)\to V_3(R)$ ను $T(x)=(x,2x,3x)$ గా నిర్వచించినప్పుడు T ని ఋజు పరివర్తన అవుతుందని చూపండి.

5. If $T:U(F)\to V(F)$ is a linear transformation then prove that T is one-one $\Leftrightarrow \ker T=\{\overline{0}\}$.

$T:U(F)\to V(F)$ ఋజు పరివర్తన అయితే T అన్వేకం $\Leftrightarrow \ker T=\{\overline{0}\}$ అని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

6. Solve the system

$x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 0,\ 2x_1 - x_2 - x_4 = 0$

$x_1 + 2x_3 - x_4 = 0,\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0$ సమీకరణాలను సాధించండి.

7. State and prove parallelogram law.

సమాంతర చతుర్భుజ న్యాయాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

8. Prove that $S = \left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right\}$ is an orthonormal set in R^3

$S = \left\{\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)\right\}$ సమితి R^3న కు ఒక లంబాభి లంబ సమితి అవుతుందని ఋజువు చేయండి.

SECTION - B

Answer **all** questions. Each question carries Ten Marks.

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **10** మార్కులు.

9. a) If w_1 and w_2 are two subspaces of vector space $V(F)$ then prove that $w_1 \cap w_2$ is also sub space of $V(F)$. Is the union of two sub spaces of $V(F)$ is

Scanned with CamScanner

subspace.

w_1, w_2 లు సదిశాంతరాళం $V(F)$ ఉపాంతరాళాలైతే $w_1 \cap w_2$ కూడ $V(F)$ కు ఉపాంతరాళం అవుతుందని చూపండి. రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనం కూడ $V(F)$ ఉపాంతరాళం అవుతుందా.

(OR/లేదా)

b) Let $V(F)$ be a vector space and $S=\{\overline{\alpha}_1,...,\overline{\alpha}_n\}$ is a finite sub set of non zero vectors of $V(F)$, then prove that S is linearly independent if and only if some vector $\alpha_K \in S, 2 \le K \le n$ can be expressed as a linear combination of its proceeding vectors.

సదిశాంతరాళం, $V(F)$ లోని శూన్యేతర సదిశల ఉప సమితి $S=\{\overline{\alpha}_1,...,\overline{\alpha}_n\}$ అయితే S ఏక ఘాత ఋజు స్వతంత్రం $(L.I) \Leftrightarrow$ వీటిలో ఏదో ఒక సదిశ $\alpha_K \in S, 2 \le K \le n$ ను దాని ముందరి సదిశల ఏక ఘాత సంయోగంగా వ్రాయవచ్చునని నిరూపించండి.

10. a) Show that the set $\{(2,1,0)(2,1,1),(2,2,1)\}$ forms a basis of $V_3(F)$ over reals.

సమితి $\{(2,1,0)(2,1,1),(2,2,1)\}$ సదిశాంతరాళం $V_3(F)$

Scanned with CamScanner

కు ఆధారాన్ని ఏర్పరుస్తుందని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) Let w_1 and w_2 be two sub spaces of a finite dimensional vector space $V(F)$ then prove that $\dim(w_1+w_2)=\dim w_1+\dim w_2-\dim(w_1\cap w_2)$.

పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళం $V(F)$ కు w_1, w_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలైతే

$$\dim(w_1+w_2)=\dim w_1+\dim w_2-\dim(w_1\cap w_2)$$

అని నిరూపించండి.

11. a) Define a linear transformation between two vector spaces show that the mapping $T:V_3(R)\to V_2(R)$ defined by $T(a_1,a_2,a_3)=(3a_1-2a_2+a_3\,,\,a_1-3a_2-2a_3)$ is a linear transformation.

$$T(a_1,a_2,a_3)=(3a_1-2a_2+a_3\,,\,a_1-3a_2-2a_3)$$

రెండు సదిశాంతరాళాలపై ఋజు పరివర్తనను నిర్వచింపుము. $T:V_3(R)\to V_2(R)$ ను

గా నిర్వచించినప్పుడు T ఋజు పరివర్తన అవుతుందని చూపండి.

[Turn over

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) State and prove Rank-Nullity theorem.

కోటి - శూన్యతా సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

12. a) State and prove Cayley - Hamilton theorem.

కేలే- హేమిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Using Cayley Hamilton theorem find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ మాత్రికకు కేలే-హేమిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని

ఉపయోగించి, A యొక్క విలోమ మాత్రికను కనుక్కోండి.

13. a) State and prove Schwarz's in equality.

స్క్వార్జ్ అసమానతను వ్రాసి నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Applying Gram-Schmidt orthogonalization process to obtain an orthonormal basis of $R^3(R)$ from the basis $S=\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$

$R^3(R)$ పై ప్రమాణ అంతర లబ్ధాన్ని తీసుకొని $S=\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$ అనే ఆధారాన్ని ఉపయోగించి గ్రామ్ - ష్మిడ్ట్ లంబీకరణ పద్ధతి ద్వార $R^3(R)$ నకు ఒక లంబాబభిలంబ ఆధారాన్ని కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner

Regular 2021-22

[Total No. of Printed Pages-7

[CB-BA528-B/CB-BS532-B]

AT THE END OF FIFTH SEMESTER (CBCS PATTERN) DEGREE EXAMINATIONS

MATHEMATICS : V(B) - LINEAR ALGEBRA

(Common For B.A, B.Sc.)

(From The Admitted Batch of 2015-16)

Time : 3 Hours **Maximum : 75 Marks**

SECTION - A

Answer any **Five** questions. Each question carries five marks. **(5×5=25)**

ఏవైనా **5** ప్రశ్నలకి సమాధానం తెల్పండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **5** మార్కులు.

1. Let R be the field of real numbers then show that the triad $\{(x,x,x)/x \in R\}$ forms the sub space of $R^3(R)$.

R ఒక వాస్తవ సంఖ్యాక్షేత్రం అయితే $\{x,x,x/x \in R\}$, $R^3(R)$ నకు ఉపాంతరాళాన్ని ఏర్పరుస్తుందని చూపండి.

2. If S is a subset of a vector space $V(F)$ then prove that

i) S is a sub space of $V(F) \Rightarrow L(S) = S$.

ii) $L(L(S)) = L(S)$

5,000 [Turn over

Scanned with CamScanner

సదిశాంతరాళం $V(F)$ కు S ఒక ఉపసమితి అయితే

i) $V(F)$ కు S ఉపసమితి $\Rightarrow L(S)=S$

ii) $L(L(S))=L(S)$ అని నిరూపించండి.

3. If α,β,γ are L.I vectors $V(R)$ then prove that $\alpha+\beta,\beta+\gamma,\gamma+\alpha$ are also L.I vectors.

సదిశాంతరాళం $V(R)$ యొక్క α,β,γ లు ఋజు స్వతంత్ర సదిశలైతే $\alpha+\beta,\beta+\gamma,\gamma+\alpha$ లు కూడా ఋజు స్వతంత్రాలని చూపుము.

4. If the mapping $T:V_1(R)\to V_3(R)$ defined by $T(x)=(x,2x,3x)$ then prove that T is a linear transformation.

$T:V_1(R)\to V_3(R)$ ను $T(x)=(x,2x,3x)$ గా నిర్వచించినప్పుడు T ని ఋజు పరివర్తన అవుతుందని చూపండి.

5. If $T:U(F)\to V(F)$ is a linear transformation then prove that T is one-one $\Leftrightarrow \ker T=\{\overline{0}\}$.

$T:U(F)\to V(F)$ ఋజు పరివర్తన అయితే T అన్వేకం $\Leftrightarrow \ker T=\{\overline{0}\}$ అని నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

6. Solve the system

$x_1+2x_3-2x_4=0, 2x_1-x_2-x_4=0$

$x_1+2x_3-x_4=0, 4x_1-x_2+3x_3-x_4=0$ సమీకరణాలను సాధించండి.

7. State and prove parallelogram law.

సమాంతర చతుర్భుజ న్యాయాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

8. Prove that $S=\left\{\left(\frac{1}{3},\frac{-2}{3},\frac{-2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{-1}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{-1}{3},\frac{2}{3}\right)\right\}$ is an orthonormal set in R^3

$S=\left\{\left(\frac{1}{3},\frac{-2}{3},\frac{-2}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{-1}{3}\right),\left(\frac{2}{3},\frac{-1}{3},\frac{2}{3}\right)\right\}$ సమితి R^3న కు ఒక లంబాభి లంబ సమితి అవుతుందని ఋజువు చేయండి.

SECTION - B

Answer **all** questions. Each question carries Ten Marks.

(5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి. ప్రతి ప్రశ్నకు **10** మార్కులు.

9. a) If w_1 and w_2 are two subspaces of vector space $V(F)$ then prove that $w_1 \cap w_2$ is also sub space of $V(F)$. Is the union of two sub spaces of $V(F)$ is

Scanned with CamScanner

subspace.

w_1, w_2 లు సదిశాంతరాళం $V(F)$ ఉపాంతరాళాలైతే $w_1 \cap w_2$ కూడ $V(F)$ కు ఉపాంతరాళం అవుతుందని చూపండి. రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనం కూడ $V(F)$ ఉపాంతరాళం అవుతుందా.

(OR/లేదా)

b) Let $V(F)$ be a vector space and $S=\{\overline{\alpha}_1,\ldots,\overline{\alpha}_n\}$ is a finite sub set of non zero vectors of $V(F)$, then prove that S is linearly independent if and only if some vector $\alpha_K \in S, 2 \le K \le n$ can be expressed as a linear combination of its proceeding vectors.

సదిశాంతరాళం, $V(F)$ లోని శూన్యేతర సదిశల ఉప సమితి $S=\{\overline{\alpha}_1,\ldots,\overline{\alpha}_n\}$ అయితే S ఏక ఘాత ఋజు స్వతంత్రం $(L.I) \Leftrightarrow$ వీటిలో ఏదో ఒక సదిశ $\alpha_K \in S, 2 \le K \le n$ ను దాని ముందరి సదిశల ఏక ఘాత సంయోగంగా వ్రాయవచ్చునని నిరూపించండి.

10. a) Show that the set $\{(2,1,0)(2,1,1),(2,2,1)\}$ forms a basis of $V_3(F)$ over reals.

సమితి $\{(2,1,0)(2,1,1),(2,2,1)\}$ సదిశాంతరాళం $V_3(F)$

Scanned with CamScanner

కు ఆధారాన్ని ఏర్పరుస్తుందని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) Let w_1 and w_2 be two sub spaces of a finite dimensional vector space $V(F)$ then prove that $\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$.

$\dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$

పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళం $V(F)$ కు w_1, w_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలైతే

అని నిరూపించండి.

11. a) Define a linear transformation between two vector spaces show that the mapping $T : V_3(R) \to V_2(R)$ defined by $T(a_1, a_2, a_3) = (3a_1 - 2a_2 + a_3 , a_1 - 3a_2 - 2a_3)$ is a linear transformation. $T(a_1, a_2, a_3) = (3a_1 - 2a_2 + a_3 , a_1 - 3a_2 - 2a_3)$

రెండు సదిశాంతరాళాలపై ఋజు పరివర్తనను నిర్వచింపుము. $T : V_3(R) \to V_2(R)$ ను

గా నిర్వచించినప్పుడు T ఋజు పరివర్తన అవుతుందని చూపండి.

[Turn over

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) State and prove Rank-Nullity theorem.

కోటి - శూన్యతా సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

12. a) State and prove Cayley - Hamilton theorem.

కేలే- హేమిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Using Cayley Hamilton theorem find the inverse of $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ మాత్రికకు కేలే–హేమిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి, A యొక్క విలోమ మాత్రికను కనుక్కోండి.

13. a) State and prove Schwarz's in equality.

స్వార్జ్ అసమానతను వ్రాసి నిరూపించండి.

Scanned with CamScanner

(OR/లేదా)

b) Applying Gram-Schmidt orthogonalization process to obtain an orthonormal basis of $R^3(R)$ from the basis $S=\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$

$R^3(R)$ పై ప్రమాణ అంతర లబ్ధాన్ని తీసుకొని $S=\{(2,1,3),(1,2,3),(1,1,1)\}$ అనే ఆధారాన్ని ఉపయోగించి గ్రామ్ - ష్మిడ్ట్ లంబీకరణ పద్ధతి ద్వార $R^3(R)$నకు ఒక లంబాబఖిలంబ ఆధారాన్ని కనుక్కోండి.

Scanned with CamScanner